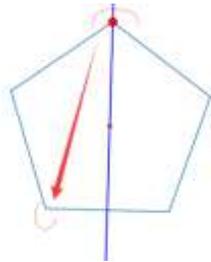


网络画板周赛第 66 期 第 2 题制作分享

王明全

最初的制作（弯管与小球分先后分别制作）

最初的作品（保存了，但没发布）是在周五发布赛题后，当天晚上就制作的，我理解的小球运动：



以图中的方式飞行（飞向紧靠对称轴的下一处弯管），也没有后边那些变化设置，所以大致是这样制作的。

建变量 $n=5$ 、 $a=5$ 、 $r=1$

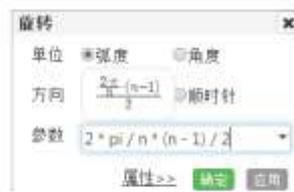
1.点 O 平移得 A



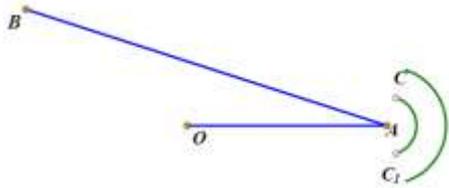
如图



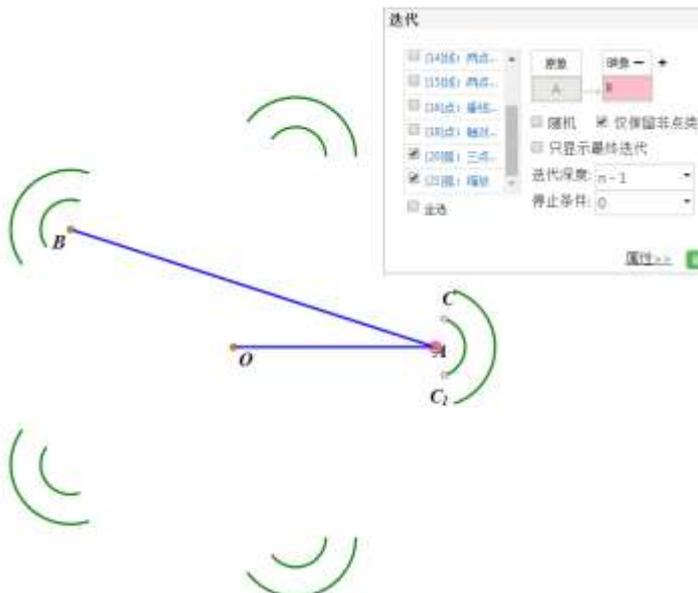
2.点 A 绕点 O 旋转得 B,



3.连接 OA、AB,并取 AB 垂线上的点 C, 并作点 C 关于 OA 的对称点 C₁, 然后以 A 为圆心作弧 CC₁,并将所得的弧以 A 为中心缩放 (1+r) 如下图 (从这可以看出取垂线上的点的原因了: 小球飞离弯管时是沿 AB 直线方向飞出, 也就是弯管在 C 处的切线方向飞出)



然后进行迭代生成所需弯管 (迭代对象只勾选两条弧) 如图

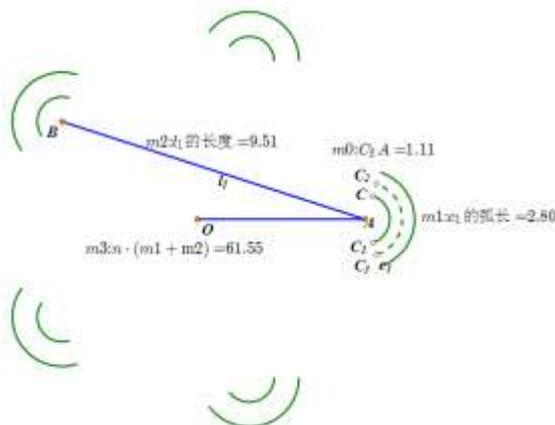


接下来是有关小球的计算与制作。

首先是计算小球飞行一个大周期其球心所运行的路程

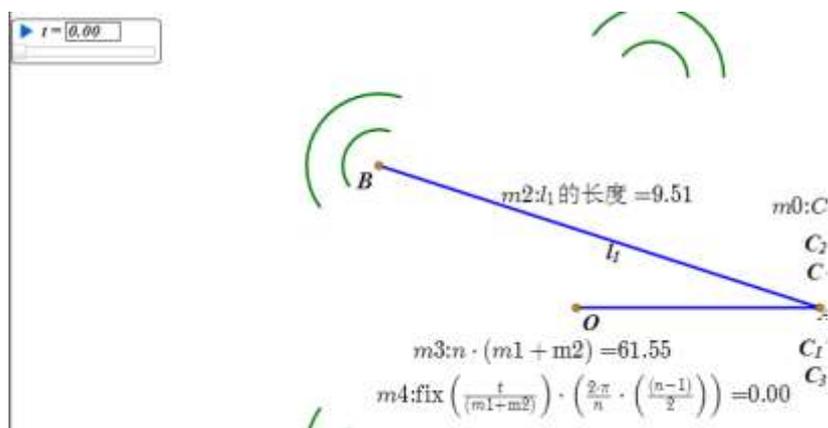
$$n \times (\text{球心绕 A 运行的弯管弧长} + \text{AB 的长度})$$

所以重点是计算球心绕 A 运行的弧长, 将 C 以 A 为中心缩放 (1+r/2) 得 C₂, 并测量 AC₂ 的长度得 m₀, 如制作弯管时类似的方法制作虚线弧 C₂C₃, 并测其弧长得 m₁, 再测 AB 的长度得 m₂, 然后计算得 m₃ 即: n × (球心绕 A 运行的弯管弧长 + AB 的长度) 如图所示



同时，小球球心运行一个小周期（一处弯管的进入点到下一处弯管的进入点）的运行路程也就得到了： (m_1+m_2) ，
再接下来是确定每个小周期内，小球所经过的那处弯管的圆心位置，这个圆心刚好是小球每运行一个小周期，跳到下一处位置，也就相当于由最初的 A 位置，跳到 B 位置，依次进行下去。

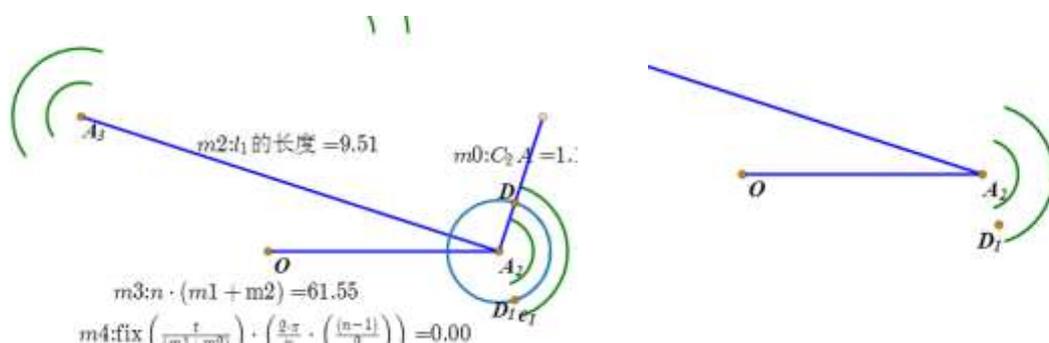
所以有了下面的计算与旋转变化：先建变量 t（最小 0，最大 m_3 ，增量 0.1），并计算得 m_4 ，如图



再把点 A 绕 O 旋转 m_4 得 A_2 ，把 A_2 绕点 O 旋转得 A_3 ，同时隐藏之前的一些点，如图



连接 A_2A_3 ，并作其垂线，且在垂线上截取 $A_2D=m_0$ ，作点 D 关于 OA_2 的对称点 D_1 ，然后隐藏不需要的对象，如图，这个点 D_1 ，即是小球球心。

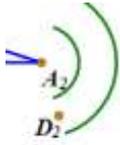


再接下来制作球心的运动：先绕点 A_2 旋转，再沿 A_2A_3 方向飞行。
首先是绕 A_2 旋转的角度，用到 if 函数，每一个小周期内，在弯管内时绕 A_2

旋转，直飞时不旋转，同时，直飞时相当于球心沿 A_2A_3 方向平移，但在弯管内时不平移，其计算如下：旋转计算 m_5 ，平移计算 m_6 ，

$$\left| \begin{array}{l} m5: \text{if} \left((t \bmod m1 + m2) \leq m1, \frac{(t \bmod m1 + m2)}{m0}, \frac{m1}{m0} \right) = 0.00 \\ m6: \text{if} \left((t \bmod m1 + m2) \leq m1, 0, \frac{((t \bmod m1 + m2) - m1)}{m2} \right) = 0.00 \end{array} \right.$$

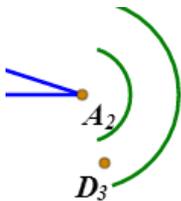
并把点 D_1 先绕点 A_2 旋转 m_5 得 D_2 ，



依次选中 A_2 、 A_3 ，然后标记向量，



再然后把点 D_2 平移 m_6 得 D_3 ，

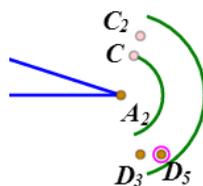


到此，运动变化的球心制作完成，接下来进行运动小球的制作。

测量 CC_2 的长度得 $m7: C_2C = 0.37$ ，

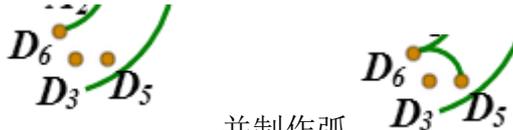


并把点 D_3 向右平移 m_7 得 D_4



并把 D_4 绕点 D_3 旋转得 D_5

, 并把点 D_5 绕点 D_3 旋

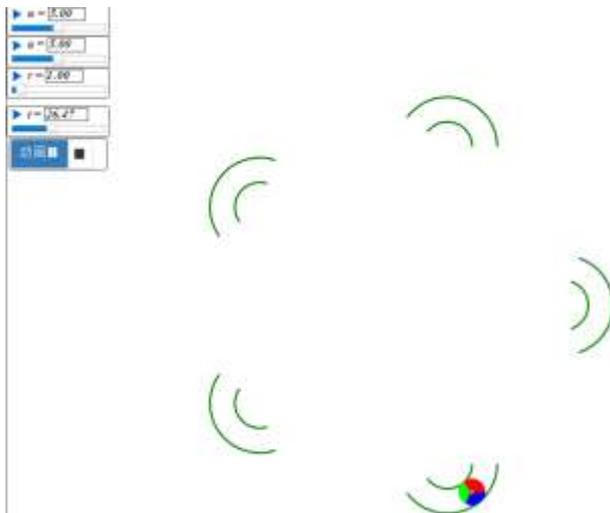


转 120° 得 D_6 ，，并制作弧 $D_3 D_5$ ，然后隐藏 D_5 、 D_6 ，再把所得的弧绕点 D_3 连续旋转两次 120° 得到 3 段弧所组成的圆，并用不同颜色的扇形填充这 3 段弧，



到此，能运动的小球制作完成了。然后就是设置 t 的动画

动画					
文本	动画		序列	<input checked="" type="radio"/> 并行 <input type="radio"/> 串行	
类型	<input type="radio"/> 一次 <input checked="" type="radio"/> 往返 <input type="radio"/> 重复		次数	0 (0为不限次数)	
变量	起	止	步数	间隔(ms)	+
t	0	m3	200	50	x
确定					



然后点击动画，就能自动播放运动的小球了。不过这个最初的制作，一看就显得对象很多，同时由于边想边作，且把小球与弯管的制作分别进行，有很多地方显得重复制作，另外，小球的运动是一种单一的运动形式，没有变化，最多只能调节整体的大小与弯道的数量和小球的大小，同时，这个作品中小球在弯管与直飞时，都一直是旋转着的，因为我认为，由于惯性的作用，小球在直飞时也应该是旋转着的才对(^_^)。原本打算到时间就这样交作业得了，但后来群里出题的樊老师又说了很多要求，而且说直飞时小球要是不旋转的，很明显我这个制作不符合他新说的那些要求，所以才有了后来快到周五的时候我重新制作了最后所提交的制作。

下面说谈谈临近周五要交作业前新作品的设计与制作。

再次制作

到了周四的时候，决定重新制作了。着手重新制作，又不太想完全放弃最初的那种飞行方式，于是就增设参数，以便按需进行调节的想法，于是增加了一个调节飞行间隔的参数 m ，设置如下

变量	最小值	if (n = 11, 4, $\frac{(n-1)}{2}$)	当前值
m	0	if(n = 1 1	1

属性>> 确定 应用

最初 n 最大值设的是 $(n-1)/2$ ，但是，制作好了之后试运行时发现，当边数 n 较大时，若飞行间隔太多的话，弯管弯的太厉害，看上去不太舒服，所以重新进行了 if 设置。

由于是重新制作，所以第一次边想边进行的那些计算，我在一开始就做好了，然后才进行相关制作的，只不在进行计算的时候，参考了第一次的制作，把原来的有些通过几何构造的对象通过有关计算取代了。其实所有的计算都是先把点 O 作如下图中的平移得到点 O_1 的基础上进行的，

平移	直角坐标
水平	0
垂直	-a

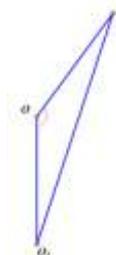
确定 应用

只不过我是在第一次的文件中，进行计算以后复制到新制作中的。进行这个平移的目的是让小球运动的出发处是在最下方，是为了与题目中要求的出发位置相一致才这样平移的。

首先计算小球心运行：一个大周期的路程 m_0 ，小周期路程 m_1 ，一个弯管路程 m_2 ，一个直飞路程 m_4 ，以及每个小周期内小球所经过的那个弯管圆心所在的位置 m_3 ，以及每个小周期内小球绕所在弯管圆心旋转的角度 m_5 和小球直飞时沿刚刚经过的弯管与下一个要进入的弯管圆心这一标记向量平移的比例 m_6 。这些从我最初的制作中很容易理解其作用。所不同的是加入了调节飞行间隔的参数 m 与少了几何构造的测量，换成了全计算。

想一下，若小球只在邻近的弯管飞行，那弯管圆心绕整体中心 O 旋转的角度是 $2\pi/n$ ，那么间隔 m 个弯管飞行，那旋转的角度就应该是 $(m+1)\pi/n$ 。

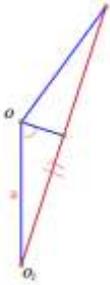
如下图



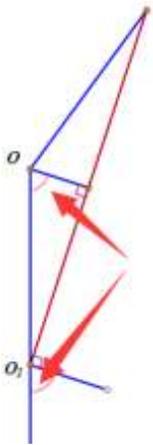
有了这个图，就能明白小周期内直飞路程 m_4

$$m_4 = 2 \cdot a \cdot \sin\left(\frac{\pi}{n} \cdot (m+1)\right) = 9.51$$

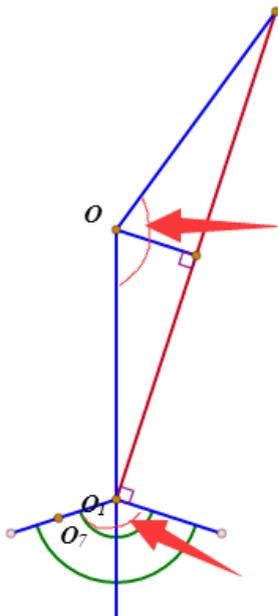
的计算了，原理如下图



再来看小周期内弯管相关的计算。先看角度，从下图中很容易看出两个角是相等的，等于 $(m+1) \cdot (\pi/n)$ ，



所以每个弯管处的角就很容易得到了如下图，这两个角是相等的即 $(m+1) \cdot (2 \cdot \pi/n)$ ，



有了这个角度，就可以有弯管的制作及小球球心在每一个弯管内运行的弧长

的相关计算了，只要把 O_1 以点 O 为中心进行缩放得 O_4 ，如下图



再把 O_4 以 O_1 为圆心分别顺、逆时针旋转 $(m+1) \cdot (\pi/n)$ ，得 O_5 、 O_6 ，并制作弧 O_5O_6 ，再把所得弧以 O_1 为中心进行缩放，如下图



得另一条弧。

把 O_6 以 O_1 为中心进行缩放，如下图



便能得小球球心位置 O_7 与半径 $0.42 \cdot r$ ，小球球心所运行的弯管处的弧的半径为 $1.3 \cdot r$ ，这样就能计算得到弯管处小球球心运行的路程即弧长 m_2

$$m_2: \frac{1.3 \cdot r \cdot 2 \cdot \pi}{n} \cdot (m+1) = 3.27$$

这样也就得到一个小周期内小球球心运程的路程 m_1

$$m_1: \frac{1.3 \cdot r \cdot 2 \cdot \pi}{n} \cdot (m+1) + 2 \cdot a \cdot \sin\left(\frac{\pi}{n} \cdot (m+1)\right) = 12.78$$

小球球心运行一个大周期所运行的路程 m_0

$$m_0: n \cdot \left(\frac{1.3 \cdot r \cdot 2 \cdot \pi}{n} \cdot (m+1) + 2 \cdot a \cdot \sin\left(\frac{\pi}{n} \cdot (m+1)\right) \right) = 63.89$$

有了这些计算，那每个小周期内，小球球心所经过的那处弯管圆心所在的位置也就能计算得到，

$$m3: \frac{\text{fix}\left(\frac{t}{m1}\right) \cdot 2 \cdot \pi}{n} \cdot (m+1) = 0.00$$

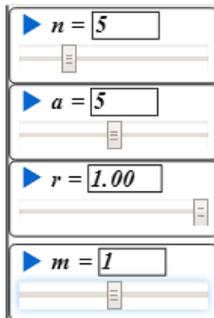
而且，每个小周期内小球绕所经过的那处弯管圆心旋转的角度 m_5 与小球直飞时在两处弯管间的相对平移位置 m_6 也就能计算得到了，如下图

$$m5: \text{if}\left(\left(t \bmod m1\right) \leq m2, \frac{\left(t \bmod m1\right)}{\left(1.3 \cdot r\right)}, \frac{m2}{\left(1.3 \cdot r\right)}\right) = 0.00$$

$$m6: \text{if}\left(\left(t \bmod m1\right) \geq m2, \frac{\left(\left(t \bmod m1\right) - m2\right)}{m4}, 0\right) = 0.00$$

刚刚上面的分析与计算，我前面已经说过了，不是在新制作中完成的，都是在最初的那个作品中分析，计算好了之后再复制到新制作中来的，然后才进行制作。具体步骤如下：

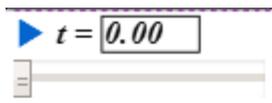
1.新建变量（n 最小值为 1，增量为 2，最大值我设的 11）



复制计算 m_0

$$m0: n \cdot \left(\frac{1.3 \cdot r \cdot 2 \cdot \pi}{n} \cdot (m+1) + 2 \cdot a \cdot \sin\left(\frac{\pi}{n} \cdot (m+1)\right)\right) = 63.89$$

新建变量 t 并设置



然后复制计算 m_1 、 m_2 、 m_3 、 m_4 、 m_5 、 m_6

$$m1: \frac{1.3 \cdot r \cdot 2 \cdot \pi}{n} \cdot (m+1) + 2 \cdot a \cdot \sin\left(\frac{\pi}{n} \cdot (m+1)\right) = 12.78$$

$$m2: \frac{1.3 \cdot r \cdot 2 \cdot \pi}{n} \cdot (m+1) = 3.27$$

$$m3: \frac{\text{fix}\left(\frac{t}{m1}\right) \cdot 2 \cdot \pi}{n} \cdot (m+1) = 0.00$$

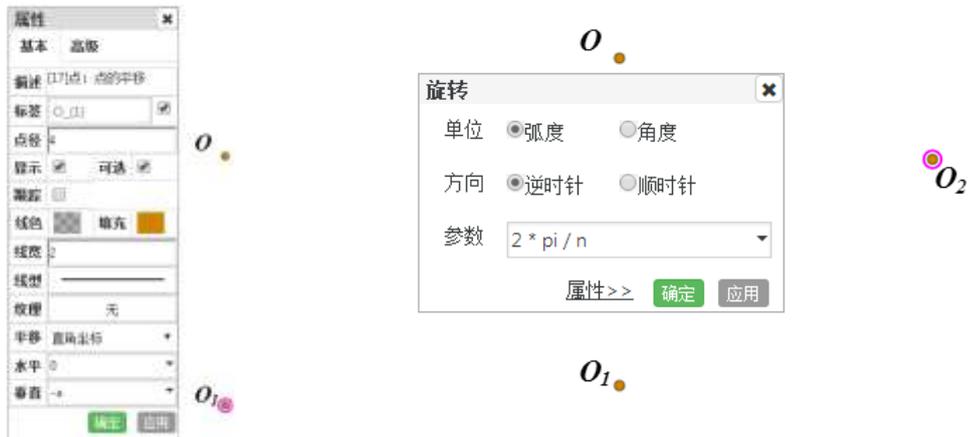
$$m4: 2 \cdot a \cdot \sin\left(\frac{\pi}{n} \cdot (m+1)\right) = 9.51$$

$$m5: \text{if}\left(\left(t \bmod m1\right) \leq m2, \frac{\left(t \bmod m1\right)}{\left(1.3 \cdot r\right)}, \frac{m2}{\left(1.3 \cdot r\right)}\right) = 0.00$$

$$m6: \text{if}\left(\left(t \bmod m1\right) \geq m2, \frac{\left(\left(t \bmod m1\right) - m2\right)}{m4}, 0\right) = 0.00$$

2.制作弯管（同时考虑到了后面运动小球的制作）

点 O 平移得 O_1



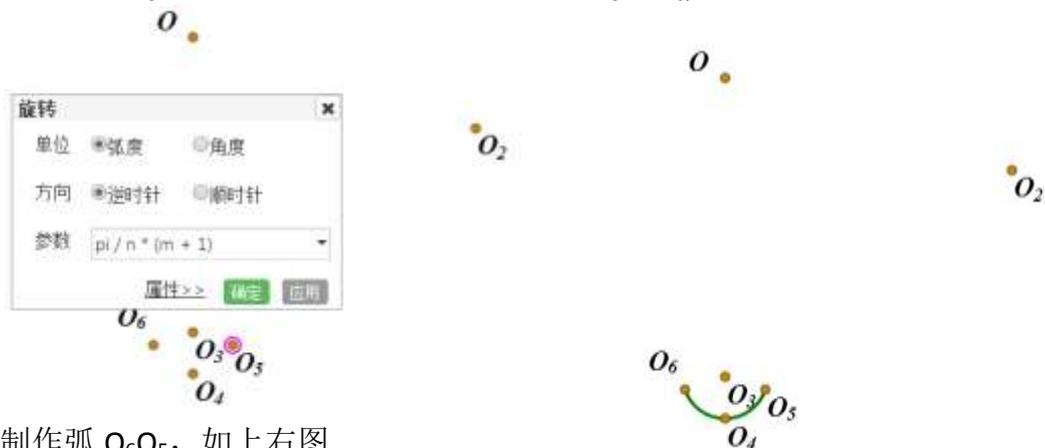
O_1 绕点 O 旋转得 O_2 (为后面迭代生成弯管准备的), 如上右图

O_1 绕点 O 旋转得 O_3 (这一步也是为后面制作运动的小球备用, 若不习惯这样做, 也可以先不做这一步, 直接用 O_1 也可以进行弯管制作, 等到后面制作运动的小球时再作这一旋转也行。), 并隐藏 O_1



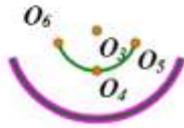
把 O_3 以 O 为中心缩放得 O_4 , 如上右图

把 O_4 以 O_3 为圆心分别逆、顺时针旋转得 O_5 、 O_6 , 如下左图,

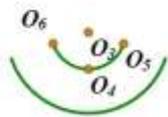


制作弧 O_6O_5 , 如上右图

将所得的弧以 O_3 为中心缩放得另一弧, 如下图



进行迭代生成全部弯管，如下图（迭代对象：两条弧，别的不用选或先隐藏）



3.制作运动的小球

把 O_6 以 O_3 为中心缩放得 O_7 ,



把 O_7 以 O_3 为圆心旋转得 O_8 , 并隐藏 O_7 , 如上右图

把点 O_3 以 O 为圆心旋转得 O_9 (下左图), 并依次选中 O_3 、 O_9 后点“标记向量”(下右图)

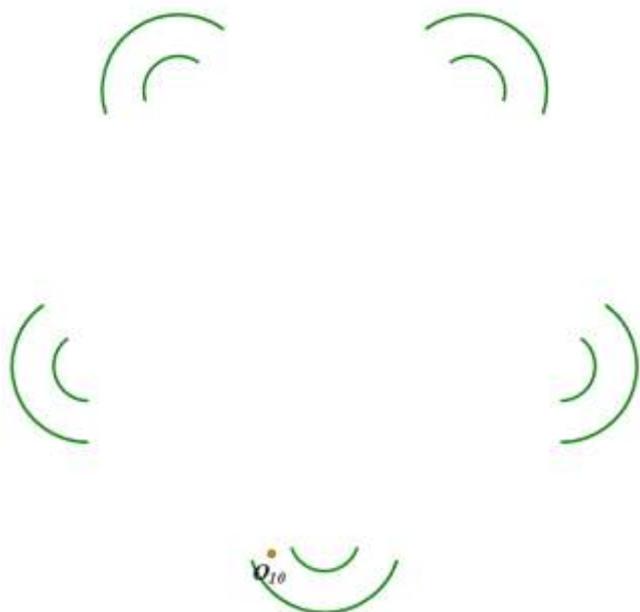


把 O_8 以刚刚标记的向量进行平移得 O_{10} , 并隐藏除 O_{10} 以外的所有点

属性 ✕

基本 高级

描述	[29]点: 点的平移		
标签	<input type="text" value="O_{10}"/>	<input type="checkbox"/>	
点径	4		
显示	<input checked="" type="checkbox"/>	可选	<input checked="" type="checkbox"/>
跟踪	<input type="checkbox"/>		
线色	<input type="checkbox"/>	填充	<input type="checkbox"/>
线宽	2		
线型	<input type="checkbox"/>		
纹理	无		
比例	m6		



把 O_{10} 平移得 O_{11} ,



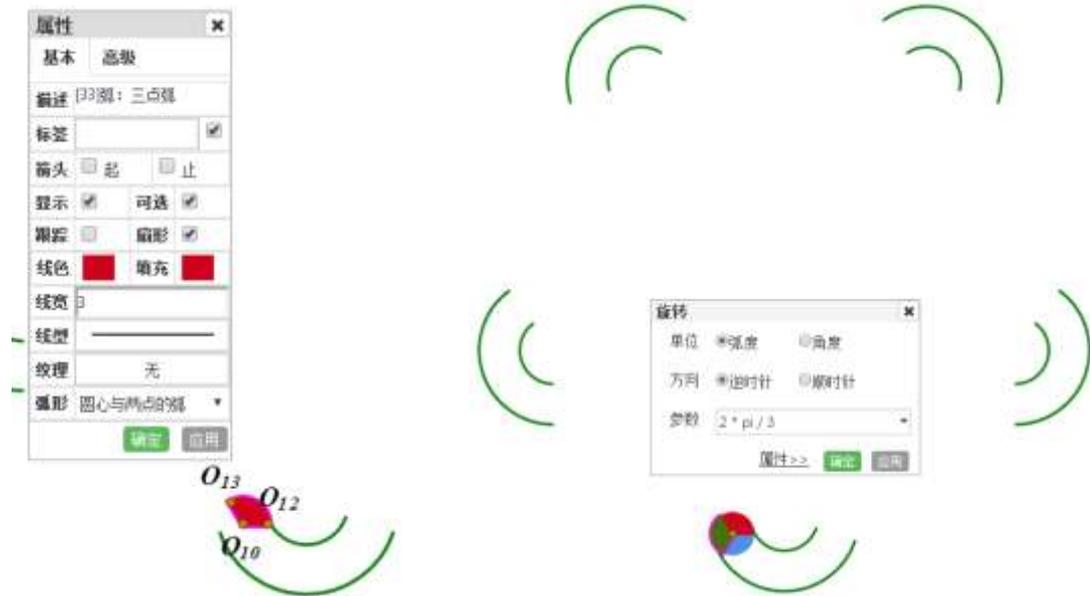
把 O_{11} 绕 O_{10} 旋转得 O_{12} , 并隐藏 O_{11} , 如上右图。此时我还是认为小球在直飞时, 因为惯性的作用应该在空中是继续旋转才更合实际情况, 所以进行了上图中的旋转设置。后来在周五晚上到家写说明准备提交时, 想了一下, 为了符合“题目在直飞时不旋转的要求”, 才临时加上了变量“zhuang”作为直飞时小球“转”与“不转”的开关, 并临时增加了计算 m_7 , 并把此处的旋转参数“ $t/(0.42*r)$ ”换成了 m_7 , 所以我的计算 m_7 才出现在了第 39 号对象的位置 (^_^)

$$m_7: \text{if} \left(zhuang = 1, \frac{t}{(0.42*r)}, \text{if} \left((t \bmod m_1) \leq m_2, \frac{\text{fix}(\frac{t}{m_1}) * m_2}{(0.42*r)} + \frac{(t \bmod m_2)}{(0.42*r)}, \frac{(\text{fix}(\frac{t}{m_1}) + 1) * m_2}{(0.42*r)} \right) \right) = 0.00$$

再把 O_{12} 绕 O_{10} 旋转得 O_{13} (下左图), 并依次选中 O_{10} 、 O_{12} 、 O_{13} 制作弧 (下右图)



然后对弧的属性进行设置，如下图



隐藏 O_{12} 、 O_{13} ，并把所得的扇形以 O_{10} 为圆心连续两次进行旋转，且对每个扇形的颜色进行设置，得到彩色小球，并隐藏点 O_{10} 的标签。（上右图）

4.制作小球球心的运动轨迹

依次选中 t 与点 O_{10} 构造轨迹（下左图），在对话框中进行设置（下右图），并对轨迹线根据自己的喜好进行颜色与虚实等属性设置。



5.设置动画，完成制作（也可拖动变量 t 的的滑块观看动画）



啰啰嗦嗦写了这么多，各位凑合着看看。有不到之处，希望大师们多多批评指正。

(^_^)