2018

网络画板赛第 86 期打擂题分享

作者：南京市聋人学校王明全

成都景中教育软件有限公司

2018/10/9

一、题目要求

网络画板周赛第86期赛题

2.打擂题

一球从h（h≥100）米高空垂直自由落下后，弹起$\frac{1}{2}$h 米再落下，再弹起$\frac{1}{4}$h米，依照这样逐次减半的规律运动下去，大概过多久停止弹跳(近似停止)？（重力加速度g=10m/s^2）

实现图示运动效果

并绘制小球距地高度与运动时间关系的图像

二、分享说明

题目出来以后，真没想到，做这题的人是那么的少，我想真正的原因大概不是因为这个题目用网板难处理，而是因为国庆长假，很多大师都很难有时间来琢磨画板。这个题目涉及到了高中物理知识：自由落体运动与竖直上抛运动的一些知识，我想知识并不是难点，很多需要的知识即使忘记了，也能问“百度”，因为我自大概 25 年前高中毕业起就没摸过物理了，甚至连高中的很多数学知识都快忘光了，做这题的时候，我就是问度娘的。在此先把相关的公式列出来：

	自由落体运动	竖直上抛运动
受力特点	只在重力作用下	只在重力作用下
初速度	$V_0=0$	$v_0 \neq 0$
速度公式	$v_t = gt$	$v_t = v_0 - gt$
位移公式	$h = \frac{1}{2}gt^2$	$s = v_0 t - \frac{1}{2}gt^2$

此题要是要求变成每次弹起的最大高度跟初始下落时的高度一样的话，大家就很容易解决了，简单的对时间 t 进行取整、取余就解决了问题，可能大家卡在了每次高度都减半上，而且还要求符合物理运动规律这里。因此我后面的分享，重点就不介绍具体是怎么做这个课件的，重点只把那个 m1 的计算原理努力说清楚。

三、分析与设计思路

观看了题目动画以后发现，小球的运动过程，除从初始下落处到第一次着地这一段是自由落体运动外，后面的过程其实都可以分成这样的一段运动“自地反弹→上升到最高处→下落到地面”，如此反复，只不过后面的每段的最大高度比前一次减半而已。因此为了减少计算式子，我把整个过程都统一为竖直上抛运动：既第一段就变成“自地反弹→上升到最高处（h 米处）→下落到地面”。因此，**第一段运动**过程中的相关量如下：

建立所需参数：

变量

变量	最小值	最大值	增量	当前值
h	0	200	1	100
g	0	15	0.1	10
q	0	0.99	0.01	0.5
t	0	10	1	2

确定

（为了避免 q 的一些特殊情况出现，最好设置为：最小值稍微大于 0　　最大值稍微小于 1，因为要是等于 0 了，着地后就没有反弹了，要是等于 1 了，就成了简单的取整+取余，在我作品中的那个计算式子中，就会出现除数为 0 的情况，那还得在里面增加 if()函数来处理，这里就不介绍怎么处理了，有兴趣的老师可以自己琢磨琢磨，要是 q 大于 1 了，那反弹高度会比前一次高了。 ）

初始速度： $\sqrt{2\cdot g\cdot h}$

也就是小球自 h 米处自由下落到地面时的速度，可据自由落体的相关公式计算得到

第一段运动时间： $2\cdot\sqrt{\frac{2\cdot h}{g}}$

也就是小球自 h 米处自由下落到地面的时间 $\sqrt{\frac{2\cdot h}{g}}$ 的两倍

再看第一次反弹后的**第二段运动**中的：

初始速度 $\sqrt{2\cdot g\cdot h\cdot q}$；　　**第二段运动时间** $2\cdot\sqrt{\frac{2\cdot h}{g}}\cdot q$

再看再次反弹后的**第三段运动中**的：

初始速度 $\sqrt{2\cdot g\cdot h\cdot q\cdot q}$；　　**第二段运动时间** $2\cdot\sqrt{\frac{2\cdot h}{g}}\cdot q\cdot q$

……

如此反复进行下去。这样就能发现规律：每段运动的初始速度与每段运动的时间都是一个等

比数列，他们的公比都是 $\sqrt{q}$

即

速度关系：

首项 $2\cdot\sqrt{\frac{2\cdot h}{g}}$　　公比 $\sqrt{q}$　　第 n 段运动的初始速度 $\sqrt{2\cdot g\cdot h\cdot q^{(n-1)}}$

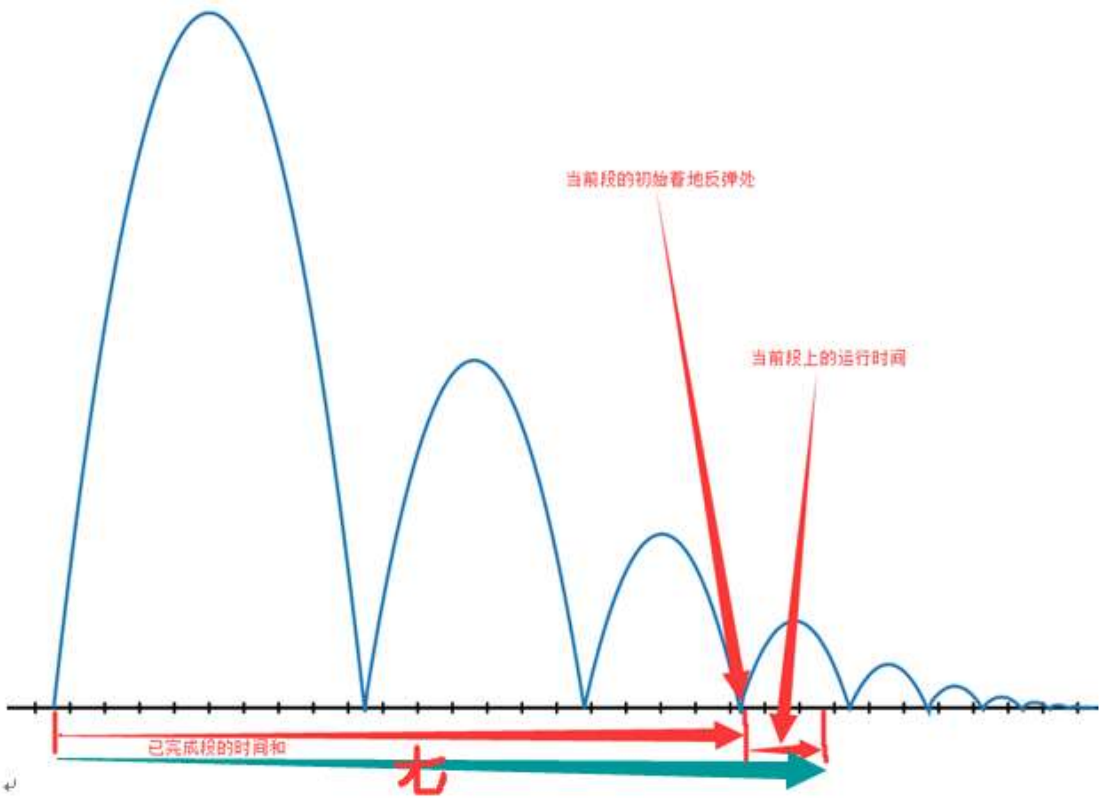
第（n+1）段运动的初始速度 $\sqrt{2\cdot g\cdot h\cdot q^{n}}$

时间关系：

首项 $2\cdot\sqrt{\frac{2\cdot h}{g}}$　　公比 $\sqrt{q}$　　第 n 段运动的时间 $2\cdot\sqrt{\frac{2\cdot h}{g}\cdot q^{(n-1)}}$，

已运行完成各段的时间和 $\dfrac{2\cdot\sqrt{\frac{2\cdot h}{g}}\cdot\left(1-\sqrt{q}^{\,n}\right)}{\left(1-\sqrt{q}\right)}$　（等比数列求和公式）

参看下图



所以**第（n+1）段（当前段）上**的运动时间：$t-\frac{2\cdot\sqrt{\frac{2\cdot h}{g}}\cdot\left(1-\sqrt{q}^{n}\right)}{\left(1-\sqrt{q}\right)}$ 相应的，此时

小球距地面的高度为（用这个公式 $s=v_0t-\frac{1}{2}gt^2$ 计算）：

$$\sqrt{2\cdot g\cdot h\cdot q^{n}}\cdot\left(t-\frac{2\cdot\sqrt{\frac{2\cdot h}{g}}\cdot\left(1-\sqrt{q}^{n}\right)}{\left(1-\sqrt{q}\right)}\right)-\frac{1}{2}\cdot g\cdot\left(t-\frac{2\cdot\sqrt{\frac{2\cdot h}{g}}\cdot\left(1-\sqrt{q}^{n}\right)}{\left(1-\sqrt{q}\right)}\right)^{2}$$

(切记：没有 m1 以前，别把 n 换成 m1)

到这里，只剩下关键的次数 n(已运行完成段数)怎么通过 m1 计算适时得到了。

我们希望的 n 是从 0、1、2、3、4......这样逐次增加上去的，于是嵌套计算 m1:

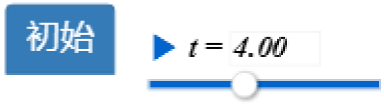
$$m1:\ m1+1=27.05$$

但发现一个问题，这样得到的 m1 是固定不变的，除非你把 m1 拖动一下，或编辑（只打开并确定一下），于是 想到这样处理一下：

$$m1:\ m1+1+t\cdot 0=34.05$$

此时，只要 t 变化一下，m1 也就依加 1，为了从 0，开始变化，我们需要把 m1 初始化，所以设置了动作按钮“初始”

设置完成后点击一下“初始”，结果如下：

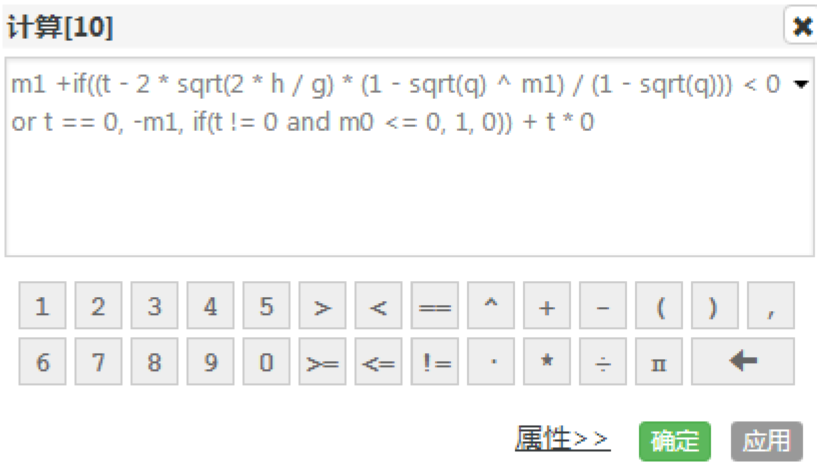


$$m1:\ m1+1+t\cdot 0=1.00$$

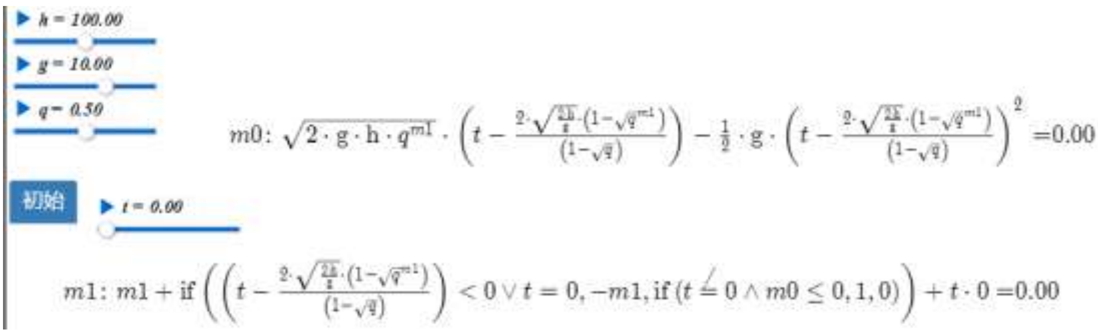
再拖动 t，发现 m1 不停地变化，而我们只希望只有当小球东下来着地时 m1 才增加 1，在空中运动时 m1 要保持不变，因此就用 if()函数做这样处理（此时需要把 m0 中的 n 换成 m1）：

$$m1:\ m1+\text{if}\left(t\neq 0\wedge m0\leq 0,1,0\right)+t\cdot 0=0.00$$

此时拖动 t，貌似实现了需要，但你继续拖动，会发现问题：一旦 m0 变面 0 或负数了，只要你没把 t 放到 0，即使你不动 t 了，虽然 m0 不变（但保持负数），所以你会看到 m1 却自个继续不停地快速+1，而且即使 把 t 放到 0 了，虽然 m1 不动了，但 m1 却不是 0，当你再次把 t 调大时，m1 又自个不停地+1，究其原因是，m1 没有适时清 0。所以，我希望当 t 为 0 时，m1 能自动变成 0，然后再继续随 t 的变化面发需变化，我如此设置：



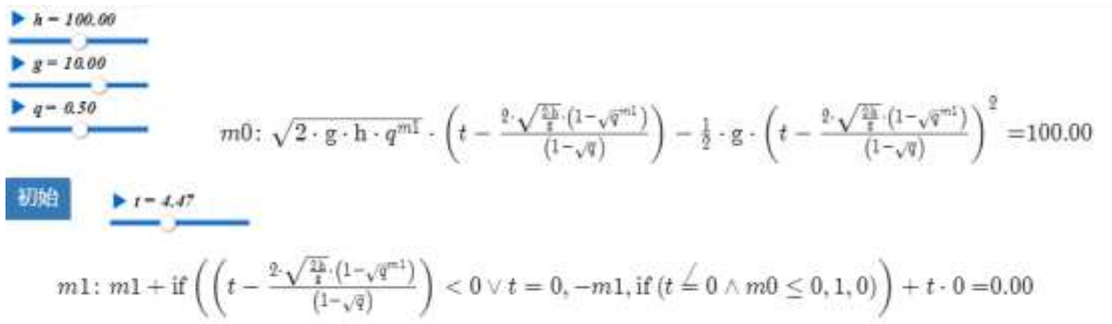
显示如下：



此时你再调节 t，你会发现，m1 就是按归你所想要的样子在发生变化了。
到这里实现了小球已运动完成段数的计算，也就实现了我们所希望的运动过程中小球距地高度与运行时间 t 的大致对应。
但还有一点问题：
因为前述处理方法中，小球最初开始运动的地方是从地面升上去的，所以再对应到题目所要

求的是从高处开始下落的，那我们把 t 的初始值设置成 $\sqrt{\frac{2\cdot h}{g}}$ 即可，因此在“初始”动作设置添加有关 t 的设置：双击“初始”，打开进行添加

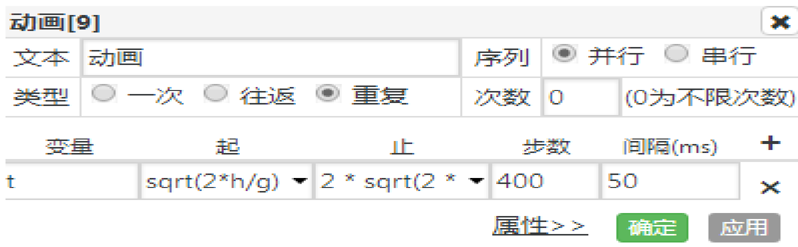
完成之后，点击“初始”，得如图所示：



接下来就是绘制题目要求函数图像及制作小球的运动了，这部分对于各位大师们来说就是轻车熟路的了，就不多说了，大家可根据喜好自行制作。唯一要注意的几点是：

1.最后计算小球的运动时间时，应该是 $t-\sqrt{\frac{2\cdot h}{g}}$ ，面不能直接用 t.

2.设置 t 的“动画”时，也应该稍微注意下：



起：　　sqrt(2*h/g)

止:　　2 * sqrt(2 * h / g) * (1 - sqrt(q) ^10) / (1 - sqrt(q))　　(数字 10 可自行设置)

步数可自行设置。

不当之处欢迎拍砖！