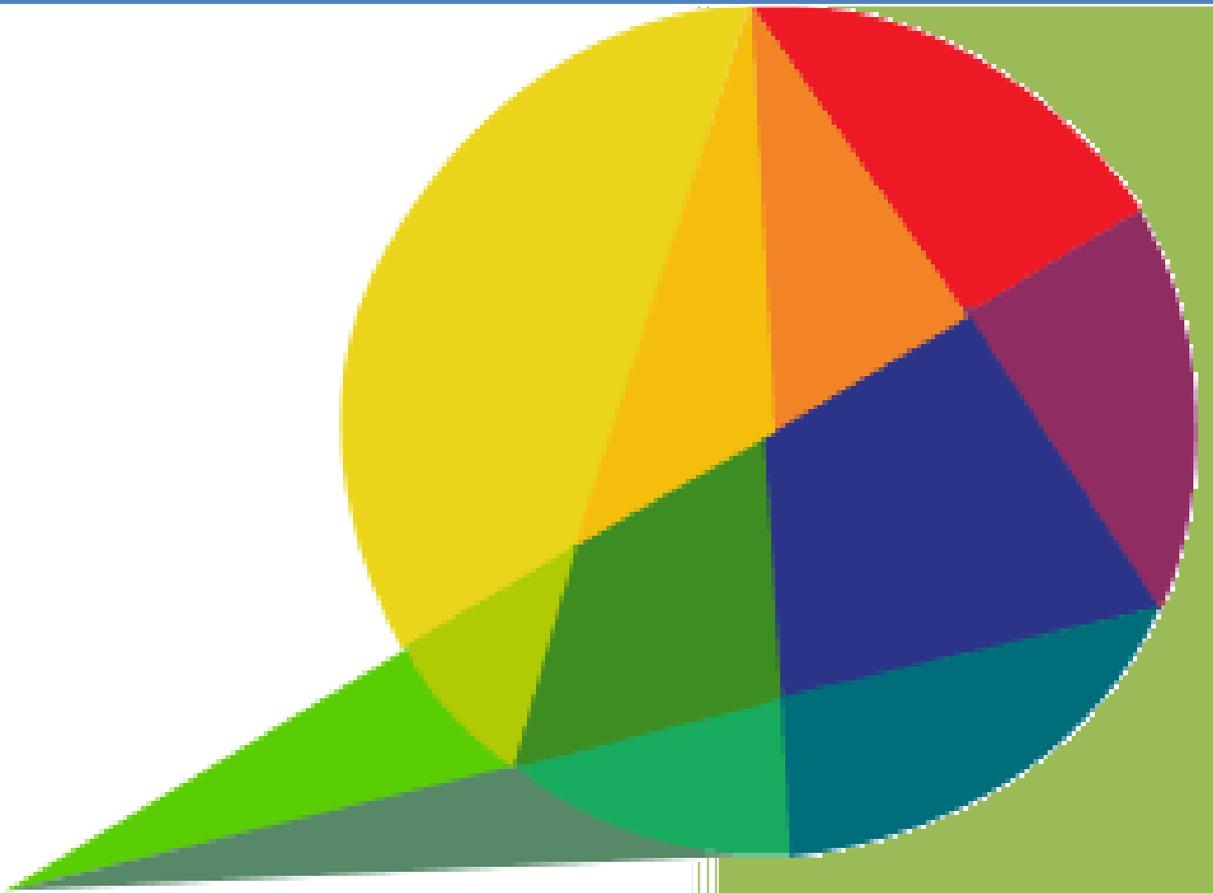


2018

第 91 期思路分享



作者：吴宇迪

成都景中教育软件有限公司

2018/11/12



声明：思路讲解与过程叙述用的变量是统一的。

本期打擂题是作多边形内的滑杆，滑杆长度 \leq 多边形边长。

思路一：如果直接作圆与多边形相交，会产生两个交点，然后交点就会跳跃，会非常难以处理。

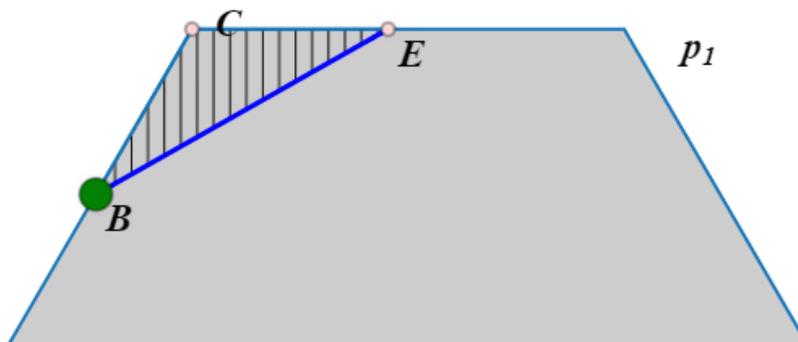
思路二：作一个圆弧来避开多余的交点。然而，想法是好的，但是面对一些极端情况，比如正方形内的与边长一样长的滑杆，就出问题了。

而且弧长，转角也很难控制。具体细节读者可以自行尝试。

思路三：既然不能一次性搞定，那就分类讨论。

分两个端点在同一边上或不同边上。

当在不同边上时，如图。



其中， BE 长度是给定的，记为 m_3 ，也就是 OD 长。

度量 B 关于多边形 P_1 的点值 m_0

计算 $m_1 = \text{floor}(m_0 * n) / n$

得到的就是 C 关于多边形 P_1 的点值。

度量 $m_2 = BC$



由于是 n 边形，每个内角大小 $t = \pi - \frac{2\pi}{n}$

由余弦定理， $\cos(t) = \frac{x^2 + BC^2 - OD^2}{2xBC}$

x 就是 CE 长。

解得 CE 长度为 $m_4 = \frac{1}{2} (-2 m_2 \cos(2\pi/n) + \sqrt{2} \sqrt{-m_2^2 + 2 m_3^2 + m_2^2 \cos(4\pi/n)})$

我是借助 Mathematica 解的。。因为不太想算。注意二次方程取正根。

这样，三角形三边大小就有了。

然后确定一下 E 在 p_1 上的位置。

记 p_1 边长为 m_5

显然 $CE \leq m_5$

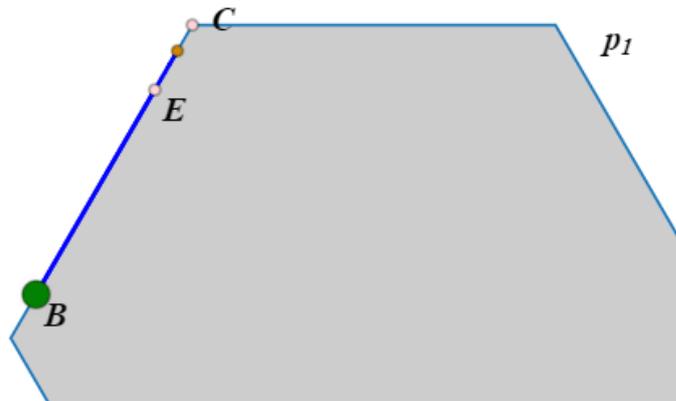
计算 $m_6 = m_4 / (m_5 * n)$

得到 CE 长度关于 p_1 的周长的比例

然后 E 的点值就是 $m_1 - m_6$

这样就完成一半了。

然后，如果不是极端情况，就会出现端点在同一边



此时， $BC \geq BE$

处理方法就是作一个圆与线段 BC 相交。

交点属性设置为“线内”



避免了多余的交点。

思路叙述完毕。

接着讲解作图步骤



建议配合作品一起观看。

- 1, 显示出系统坐标系
 - 2, X轴取点 A
 - 3, 建参数 n
 - 4, 以原点 O, A 和参数 n 构造正 n 边形 p_1 (顶点, 顶点)
 - 5, 作线段 OA
 - 6, OA 上取点 D
 - 7, p_1 上取点 B, 作为拖动的点
 - 8, 测量 m_0 B 关于多边形 p_1 的点值
 - 9, 计算 m_1 , 得到 C 点位置 (点值)
 - 10, p_1 上根据 m_1 取 C 点
 - 11, 测量 BC 距离 m_2
 - 12, 测量滑杆长度 $m_3=OD$
 - 13, 计算 CE 长度 m_4 (式子见思路分析)
 - 14, 测量 p_1 边长 $m_5=OA$
 - 15, 计算 m_6 CE 长度关于 p_1 的周长的比例
 - 16, 根据 m_6 构造 E
 - 17, 连接 BE
- 到这为止, 一半做好了
- 18, 连接 BC
 - 19, 以 m_3 为半径, B 为圆心作圆



20, 作 BC 与圆的交点, 属性为线内

21, 连接 B 与交点

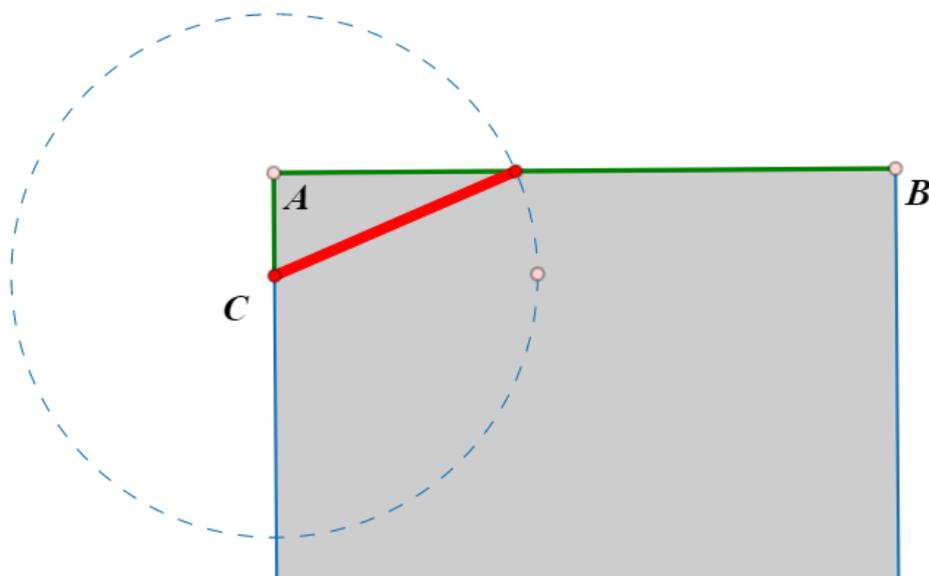
这步要将位置调整好再作交点, 不然交点会不存在。就做不出线段了。

利用交点的存在与否, 图就很自然了。

22, 隐藏多余的对象, 完成作图。

最后提一句, 正三角形是真的无解。如果有条件可以用实物做一下实验, 用一根牙签当滑杆就行。所以参数 n 从 4 开始取。

应孙国华老师的建议, 将王广喜老师的思路也介绍一下



C 点为拖动的点

A 点构造方法同理, B 点构造方法为 A 点点值减去 $1/n$, n 为边数

然后构造路径 C-A-B, 再作圆与其相交。圆半径为滑杆长。也可以避免



成都景中教育软件有限公司

Chengdu Jingzhong Education Software Co.,Ltd

多余交点。