
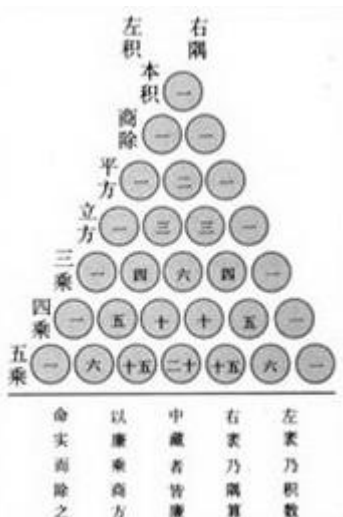
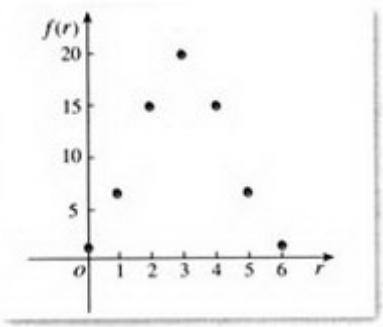


第 123 期
高中教材配套课件创作

课 题	“杨辉三角”与二项式系数的性质																																										
册别 单元	人教 A 版选修 2—3																																										
教材所在页码	选修 2—3 P32~ P36																																										
教材对应截图	<div style="border: 1px dashed gray; padding: 10px; margin-bottom: 10px;">  <p>用计算器计算$(a+b)^n$展开式的二项式系数并填入下表.</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th style="text-align: center;">n</th> <th colspan="5" style="text-align: center;">$(a+b)^n$ 展开式的二项式系数</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td style="text-align: center;">1</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td style="text-align: center;">2</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td style="text-align: center;">3</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td style="text-align: center;">4</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td style="text-align: center;">5</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td style="text-align: center;">6</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> </tbody> </table> <p style="text-align: center;">通过计算填表, 你发现了什么规律?</p> </div> <p>从上表可以发现, 每一行中的系数具有对称性. 除此以外还有什么规律呢? 为了方便, 可将上表写成如下形式:</p> $ \begin{array}{l} (a+b)^1 \dots\dots\dots 1 \quad 1 \\ (a+b)^2 \dots\dots\dots 1 \quad 2 \quad 1 \\ (a+b)^3 \dots\dots\dots 1 \quad 3 \quad 3 \quad 1 \\ (a+b)^4 \dots\dots\dots 1 \quad 4 \quad 6 \quad 4 \quad 1 \\ (a+b)^5 \dots\dots\dots 1 \quad 5 \quad 10 \quad 10 \quad 5 \quad 1 \\ (a+b)^6 \dots\dots\dots 1 \quad 6 \quad 15 \quad 20 \quad 15 \quad 6 \quad 1 \end{array} $ <div style="border: 1px solid gray; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> <p style="font-size: small;">表示形式的变化有时也能帮助我们发现某些规律.</p> </div> <div style="display: flex; justify-content: space-around; margin-top: 20px;"> <div style="text-align: center;">  <p style="font-size: x-small;">左积 右隔 本积 商除 平方 立方 三乘 四乘 五乘</p> <p style="font-size: x-small;">命 以 中 右 左 实 廉 藏 表 表 而 乘 者 乃 乃 除 商 皆 隔 积 之 方 廉 算 数</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p style="font-size: x-small;">$f(r)$</p> <p style="font-size: x-small;">r</p> </div> </div>	n	$(a+b)^n$ 展开式的二项式系数					1						2						3						4						5						6					
n	$(a+b)^n$ 展开式的二项式系数																																										
1																																											
2																																											
3																																											
4																																											
5																																											
6																																											

对称性、增减性与最大值、二项式系数和



“杨辉三角”中的一些秘密

前面借助杨辉三角讨论了二项式展开式的一些性质，实际上，杨辉三角本身包含了许多有趣的性质，下面就探索一下这些性质。

第0行	1
第1行	1 1
第2行	1 2 1
第3行	1 3 3 1
第4行	_____
第5行	_____
第6行	_____
⋮	⋮
第 $n-1$ 行	1 C_{n-1}^0 C_{n-1}^1 \cdots C_{n-1}^{n-2} C_{n-1}^{n-1} \cdots C_{n-1}^n 1
第 n 行	_____
⋮	⋮

1. 观察图形，你能发现每一行的数字规律吗？将你的发现填写在空格上。

从上述图形可以看到，杨辉三角的第 n 行就是二项式 $(a+b)^n$ 展开式的系数，即

$$(a+b)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b + \cdots + C_n^{n-1} a b^{n-1} + \cdots + C_n^n b^n.$$

2. 观察杨辉三角图形，你能发现组成它的相邻两行的数有什么关系吗？

可以发现，这个三角形的两条腰都是由数字1组成的，其余的数都等于它肩上的两个数相加。

3. 如图1，从连线上的数字你能发现什么规律？自己再连一些数字试试。

根据你发现的规律，猜想下列数列的前若干项的和：

$$1+2+3+\cdots+C_{n-1}^1 = \underline{\hspace{2cm}},$$

$$1+3+6+\cdots+C_{n-1}^2 = \underline{\hspace{2cm}},$$

$$1+4+10+\cdots+C_{n-1}^3 = \underline{\hspace{2cm}},$$

.....

一般地，

$$C_r^r + C_{r+1}^r + C_{r+2}^r + \cdots + C_{n-1}^r = \underline{\hspace{2cm}} \quad (n > r).$$

实际上，上述等式可以用数学归纳法来证明。

4. 如图2的斜行中，杨辉三角图形中位于前几条斜行上的数字的和已经在斜行末标出，请在“？”处标出其余各行的和，仔细观察这些和，你有什么发现？

除了这几个数的排列规律，你还能再找出其他一些数的排列规律吗？与同学交流一下！

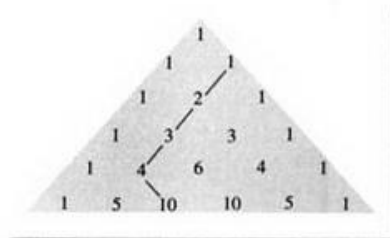


图1

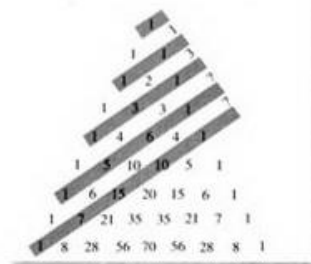


图2

对应的学习目标

- 1、掌握二项式系数的一些性质，体会数形结合、特殊到一般进行归纳、赋值法等重要数学思想方法，培养学生的观察能力和归纳推理能力；
- 2、通过从函数的角度研究二项式系数的性质，建立知识的前后联系，体

	会用函数知识研究问题的方法，培养学生的观察能力和归纳推理能力.
教学/学习难点	1、重点：体会用函数知识研究问题的方法，理解二项式系数的性质； 2、难点：结合函数图象，理解增减性与最大值时，根据 n 的奇偶性确定相应的分界点；利用赋值法证明二项式系数的性质.
课件设计说明	1、杨辉三角：数值与组合数，两种模式可相互切换； 2、杨辉三角数阵的排列方式：直角三角形、等腰三角形模式可相互切换.
使用说明	利用按钮提示和变量尺进行操作.