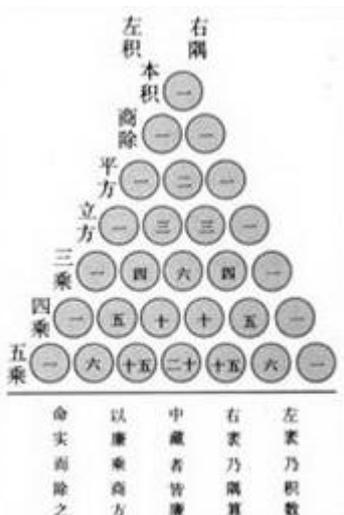
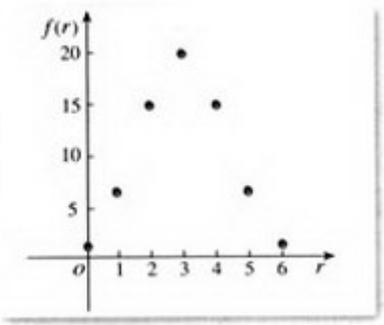


第 123 期  
高中教材配套课件创作

课 题	“杨辉三角”与二项式系数的性质																																										
册别 单元	人教 A 版选修 2—3																																										
教材所在页码	选修 2—3 P32~ P36																																										
教材对应截图	<div style="border: 1px dashed gray; padding: 10px; margin-bottom: 10px;">  <p>用计算器计算 <math>(a+b)^n</math> 展开式的二项式系数并填入下表.</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th style="text-align: center;"><math>n</math></th> <th colspan="5" style="text-align: center;"><math>(a+b)^n</math> 展开式的二项式系数</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td style="text-align: center;">1</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td style="text-align: center;">2</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td style="text-align: center;">3</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td style="text-align: center;">4</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td style="text-align: center;">5</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td style="text-align: center;">6</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> </tbody> </table> <p style="text-align: center;">通过计算填表, 你发现了什么规律?</p> </div> <p>从上表可以发现, 每一行中的系数具有对称性. 除此以外还有什么规律呢? 为了方便, 可将上表写成如下形式:</p> $  \begin{array}{l}  (a+b)^1 \dots\dots\dots 1 \quad 1 \\  (a+b)^2 \dots\dots\dots 1 \quad 2 \quad 1 \\  (a+b)^3 \dots\dots\dots 1 \quad 3 \quad 3 \quad 1 \\  (a+b)^4 \dots\dots\dots 1 \quad 4 \quad 6 \quad 4 \quad 1 \\  (a+b)^5 \dots\dots\dots 1 \quad 5 \quad 10 \quad 10 \quad 5 \quad 1 \\  (a+b)^6 \dots\dots\dots 1 \quad 6 \quad 15 \quad 20 \quad 15 \quad 6 \quad 1  \end{array}  $ <div style="border: 1px solid gray; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> <p style="text-align: center; font-size: small;">表示形式的变化有时也能帮助我们发现某些规律.</p> </div> <div style="display: flex; justify-content: space-around; margin-top: 20px;"> <div style="text-align: center;">  </div> <div style="text-align: center;">  </div> </div>	$n$	$(a+b)^n$ 展开式的二项式系数					1						2						3						4						5						6					
$n$	$(a+b)^n$ 展开式的二项式系数																																										
1																																											
2																																											
3																																											
4																																											
5																																											
6																																											

对称性、增减性与最大值、二项式系数和



“杨辉三角”中的一些秘密

前面借助杨辉三角讨论了二项式展开式的一些性质，实际上，杨辉三角本身包含了许多有趣的性质，下面就来探索一下这些性质。

第0行	1
第1行	1    1
第2行	1    2    1
第3行	1    3    3    1
第4行	_____
第5行	_____
第6行	_____
⋮	⋮
第 $n-1$ 行	$1 \quad C_{n-1}^0 \quad C_{n-1}^1 \quad \cdots \quad C_{n-1}^{r-1} \quad C_{n-1}^r \quad \cdots \quad C_{n-1}^{n-r} \quad 1$
第 $n$ 行	_____
⋮	⋮

1. 观察图形，你能发现每一行的数字规律吗？将你的发现填写在空格上。

从上述图形可以看到，杨辉三角的第  $n$  行就是二项式  $(a+b)^n$  展开式的系数，即

$$(a+b)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b + \cdots + C_n^r a^{n-r} b^r + \cdots + C_n^n b^n.$$

2. 观察杨辉三角图形，你能发现组成它的相邻两行的数有什么关系吗？

可以发现，这个三角形的两条腰都是由数字1组成的，其余的数都等于它肩上的两个数相加。

3. 如图1，从连线上的数字你能发现什么规律？自己再连一些数字试试。

根据你发现的规律，猜想下列数列的前若干项的和：

$$1+2+3+\cdots+C_{n-1}^1 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$1+3+6+\cdots+C_{n-1}^2 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$1+4+10+\cdots+C_{n-1}^3 = \underline{\hspace{2cm}}$$

.....

一般地，

$$C_r + C_{r+1} + C_{r+2} + \cdots + C_{n-1} = \underline{\hspace{2cm}} \quad (n > r).$$

实际上，上述等式可以用数学归纳法来证明。

4. 如图2的斜行中，杨辉三角图形中位于前几条斜行上的数字的和已经在斜行末标出，请在“？”处标出其余各行的和，仔细观察这些和，你有什么发现？

除了这几个数的排列规律，你还能再找出其他一些数的排列规律吗？与同学交流一下！

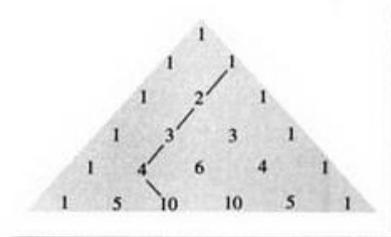
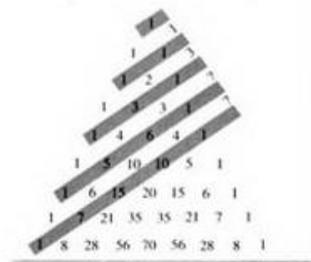


图1



	会用函数知识研究问题的方法，培养学生的观察能力和归纳推理能力.
<b>教学/学习难点</b>	1、重点：体会用函数知识研究问题的方法，理解二项式系数的性质； 2、难点：结合函数图象，理解增减性与最大值时，根据 $n$ 的奇偶性确定相应的分界点；利用赋值法证明二项式系数的性质.
<b>课件设计说明</b>	1、杨辉三角：数值与组合数，两种模式可相互切换； 2、杨辉三角数阵的排列方式：直角三角形、等腰三角形模式可相互切换.
<b>使用说明</b>	利用按钮提示和变量尺进行操作.