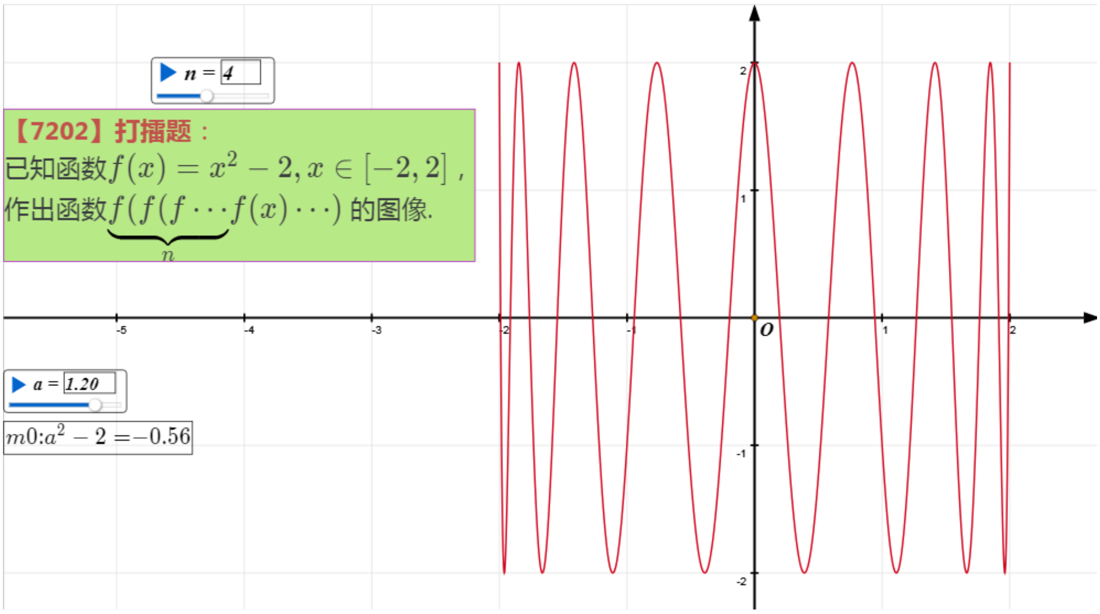
网板周赛第 72 期 T2：复合函数的图象制作

成都 曾德刚

【课件编号】53855

【效 果 图】



本次赛题考察复合函数的图象制作，在高中教学中具有较高的实用价值。

学习了每位参赛老师的作品，绝大多数的制作方式相同，均为利用迭代+轨迹的方式完成，迭代又有点迭代和纯参数迭代两种方式，我采用的是后者（王广喜老师和边步兴老师的做法和我的一致）；

另外的方法有，吴宇迪同学提出的通项公式方法：将题目转化为 $f_1=x^2-2, f_{n+1}=f_n^2-2$，利用递推的思想求 f_n，从而用解析式画出 $f_n(x)$ 的图象。这里由递推式求通项公式，人工计算有相当大的难度，小吴同学利用 MMA 计算得出：$f_n(x)=2\cos\left(2^{n-1}\cos^{-1}\left(\frac{1}{2}\left(x^2-2\right)\right)\right)$，那叫叹为观止；

另外的方法还有，樊广顺老师的参数方程换元法，充分观察到了原始函数式的特点，利用参数方程$\begin{cases} x = 2\cos t, t \in [-\pi, \pi] \\ y = 2\cos(2t) \end{cases}$，从而计算得到$\underbrace{f(f(f\cdots f(x)\cdots)}_{n} = 2\cos(2^n \cdot t)$，再利用参数方程$\begin{cases} x = 2\cos t, t \in [-\pi, \pi] \\ y = 2\cos(2^n \cdot t) \end{cases}$就可以画出 $f_n(x)$ 的图象了，体现出极高的观察变形运算能力。

下面简单谈谈我的制作方法，设计点有两个：1、如何通过迭代获取 $f_n(x)$ 的值；2、通过参数驱动下的坐标点制作轨迹。

【制作过程】

板块一：通过迭代获取 $f_n(x)$ 的值

Step1：[5]设定参数 n（最小值为 1，最大值不宜过大[受运算和显示的影响，n 过大，造成图象不清晰]，增量为 1）；

Step2：[6]设定参数 a（自变量 x，范围[-2,2]）；

Step3：[7]计算 a^2-2，记为 m0；

Step4：[8]添加直角坐标点(a,0)；

Step5：[9]设计迭代：a→m0，深度：n，只显示最终迭代；通过这样的操作，[8]中的坐标点(a,0)变换为$(f_n(a),0)$；

Step6：[10]用“智能笔”工具作出迭代上的点，点值设为：n-1（根据网板中“迭代上的点的点值”规定，这与迭代点的个数和深度有关系，比如有 m 个点参与迭代，迭代深度为 n，那么最后一个点的点值即为 m*n-1，这里一个

点参与 n 次迭代，所以最后一个点的点值为 n-1）；

Step7：[11]测量[10]中作出的点的横坐标，即得到 $f_n(a)$，记为 m1；

板块二：通过参数驱动下的坐标点制作轨迹

Step8：[12]添加直角坐标点 $(a, m1)$；

Step9：[13]选中参数 a 和[12]中添加的坐标点，用“轨迹”工具作出函数 $f_n(x)$ 的图象，设置如右图，样本数设置：稍微大一点，图象更光滑，但不宜过大，影响效率。

写在后面的话：

1、关于迭代上的点的最后取出，边步兴老师用到了“自定义变换”，这也是一种不错的办法，值得学习；

2、作复合函数的图象，用到的“迭代+轨迹”方法，更具有通性通法，定义区间若发生变化，仅需修改参数 a 的范围；定义式发生变化，仅需修改 m0 的计算式即可。

以上仅为个人拙见，不当之处，还望批评指正！！